

Einstein e la teoria elettrogravitazionale di Weyl

Alexander Afriat

(uscirà nel volume *Albert Einstein, filosofo e metodologo*, a cura di V. Fano, F. Minazzi e I. Tassani, numero speciale (4) di *Protagora*, 2006)

Nella vicenda che tratteremo Einstein ha il ruolo di guastafeste, screditando sul nascere la bella teoria elettrogravitazionale di Hermann Weyl con obiezioni la cui indubbia fondatezza empirica può però sembrare quasi marginale rispetto ai meriti matematici ed estetici di quella teoria (che poi sarà anche profetica). Einstein avrà pure avuto ragione da un punto di vista banalmente empirico, ma la vittoria si è presto rivelata pirrica: con un sorprendente ribaltamento egli finirà, soggetto appunto all'influenza di Weyl, per adottare atteggiamenti aprioristici davvero poco curanti della realtà fisica,¹ consumando gran parte delle energie scientifiche che gli rimanevano in un pantano elettrogravitazionale da cui non verrà fuori; mentre Weyl, ritoccando la sua teoria per tener conto della nuova realtà quantistica, porrà le basi per alcune tra le migliori teorie che abbiamo.

Ma incominciamo con la teoria gravitazionale di Einstein, prima che s'intromettesse l'elettromagnetismo. Fondamentale in essa è la struttura che poi verrà detta 'affine,' la quale, permettendo il confronto di vettori relativi a punti spaziotemporali diversi mediante un trasporto 'parallelo,' fornisce una derivata² 'covariante' ∇ , nonché una misura di curvatura e nozioni (sostanzialmente equivalenti tra di loro) di inerzialità o assenza di accelerazione, di caduta libera, di 'drittezza.' Importante per noi è che la struttura affine adottata da Einstein è 'compatibile' con la struttura metrica, nel senso che la derivata covariante, determinando un trasporto che preserva angoli e soprattutto lunghezze, annulla ($\nabla g = 0$) il tensore metrico g , l'oggetto che appunto fornisce tali grandezze.

Fu Levi-Civita (1917) ad accorgersi, nel tentativo di capire il vero carattere geometrico della curvatura (misurata in maniera un po' opaca nella teoria di Einstein dal tensore di Riemann), che il trasporto parallelo non è integrabile: la direzione del vettore trasportato dipende dal percorso spaziotemporale seguito.³ Ma solo la direzione—nella teoria di Einstein la lunghezza *rimane integrabile*, anzi non cambia per niente. Trattamento impari, fastidiosa sperequazione che a Weyl pareva inaccettabile, offendendo il suo delicato senso di giustizia matematica, di equilibrio formale; per rimediare propose una *reine Infinitesimalgeometrie* (1918) che ammetteva solo confronti ravvicinati: in essa nemmeno la lunghezza era integrabile.

¹ Almeno come essa veniva concepita dal resto della comunità.

² Le derivate di vettori dipendono da differenze e quindi da confronti o 'trasporti'—in questo caso il trasporto è parallelo—tra i punti di applicazione.

³ I vettori trasportati potranno essere confrontati se condotti allo stesso punto, per esempio il punto di partenza (nel qual caso uno dei vettori non viene affatto condotto, rimanendo fermo).

Weyl, lo sappiamo, era sensibile alle simmetrie;⁴ forse la pretesa di equo trattamento per le due caratteristiche vettoriali (lunghezza e direzione) non era altro che una sorprendente applicazione del principio, diciamo, di ragion sufficiente: mettendole sullo stesso piano, non era giusto che l'una rimanesse invariata mentre l'altra non era nemmeno integrabile. Ogni *par condicio* può essere interpretata come pretesa aprioristica di una simmetria; anzi Weyl (1952) dichiara addirittura: “As far as I can see, all *a priori* statements in physics have their origin in symmetry.” Il fisico può spesso sentire, anche senza dirette indicazioni empiriche, che cose manifestamente equivalenti in un determinato contesto⁵ vadano messe sullo stesso piano, non vadano trattate in maniera diversa. Stabilita questa equivalenza, viene naturale attribuire l'emergenza di una diversità a una precedente differenza soggiacente, occulta—e quindi il principio di Curie,⁶ che in tali questioni si confonde abbastanza col principio di ragion sufficiente. In questo spirito abbiamo il ‘Dio non gioca a dadi,’⁷ paradigmatica massima aprioristica di Einstein; essendo diversi gli esiti, ci sarà una ragione: anche le cause⁸ lo saranno state.

L'intromissione di considerazioni aprioristiche—matematiche o estetiche per esempio, ossia non manifestamente, immediatamente empiriche—viene favorita dal tipo di sottodeterminazione empirica, di olismo, solitamente associato ai nomi di Duhem (1914) e di Quine (1953): se la teoria fisica venisse completamente, globalmente determinata da una serie di esperimenti, non rimarrebbe spazio per l'applicazione di criteri aprioristici—i quali potrebbero solo servire per ridurre libertà olistiche lasciate in condizioni empiricamente meno rigide.⁹ Einstein ad ogni modo passerà dalle posizioni empiriste che qua difende contro Weyl, ad atteggiamenti, negli anni successivi, più aprioristici,¹⁰ che terranno maggiormente conto del carattere olistico delle teorie fisiche.

Ulteriori lumi sui pregiudizi di Weyl contro i confronti remoti ci vengono forniti dal brano che segue, tratto da Weyl (1931): “Die Philosophen mögen recht haben, daß unser Anschauungsraum, gleichgültig, was die physikalische Erfahrung sagt, euklidische Struktur trägt.”¹¹ L'uniformità, l'omogeneità (la costanza del tensore

⁴ Anzi ha dato i contributi più importanti alla disciplina moderna delle simmetrie, legata com'è alla teoria dei gruppi, alle trasformazioni e alle teorie di calibro, e ai principi di conservazione; si vedano per esempio Weyl (1931, 1952, 1997).

⁵ Va sottolineato il carattere del tutto contestuale della valutazione.

⁶ Secondo il quale le asimmetrie degli effetti devono derivare da corrispondenti asimmetrie nelle cause.

⁷ Einstein scrisse a Max Born nel 1926: “Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns doch nicht näher. Jedenfalls bin ich überzeugt davon, dass er nicht würfelt.”

⁸ Per esempio l'onda piana monocromatica nello spazio delle posizioni esprime la completa omogeneità delle ‘cause’ (di un'eventuale misurazione della posizione); ma andando a misurare, cioè a cogliere l'‘effetto,’ parte dell'onda viene privilegiata su tutte le altre. Tale privilegio non poteva uscire dal nulla secondo Einstein, il quale, affermando che Dio non gioca a dadi, lo riconduceva a un'inomogeneità occulta.

⁹ Cf. Howard (1994).

¹⁰ Espresi per esempio in Einstein (1923, 1925).

¹¹ Traduzione: “I filosofi potrebbero avere ragione nel sostenere che lo spazio delle nostre intuizioni, checché ne dica l'esperienza, abbia struttura euclidea.” Cf. Weyl (2000), p.173: “Erkennt man neben dem physischen einen *Anschauungsraum* an und behauptet von ihm, daß seine Maßstruktur aus Wesensgründen die euklidischen Gesetze erfülle, so steht dies mit der Physik nicht in Widerspruch,

metrico, la curvatura nulla) dello spazio euclideo permette una sua comprensione globale, nella misura in cui la conoscenza di una parte consente la conoscenza del tutto, fatto com'è di parti identiche. Proseguendo: "Nur bestehe ich allerdings dann darauf, daß zu diesem Anschauungsraum das Ich-Zentrum gehört und daß die Koinzidenz, die Beziehung des Anschauungsraumes auf den physischen um so vager wird, je weiter man sich vom Ich-Zentrum entfernt."¹² L' 'io-centro,' cogliendo una parte dello spazio tangente euclideo 'dell'intuizione,' lo coglie tutto, mentre capta soltanto la piccola parte dello spazio fisico curvo che assomiglia allo spazio tangente; il resto presenterà infinite ed imprevedibili possibilità di variazione. Continuando:

In der theoretischen Konstruktion spiegelt sich das wider in dem Verhältnis zwischen der krummen Fläche und ihrer Tangentenebene im Punkte *P*: beide decken sich in der unmittelbaren Umgebung des Zentrums *P*, aber je weiter man sich von *P* entfernt, um so willkürlicher wird die Fortsetzung dieser Deckbeziehung zu einer eindeutigen Korrespondenz zwischen Fläche und Ebene.¹³

Ryckman (2005), che riconduce a Husserl i pregiudizi geometrici di Weyl, ha sottolineato il carattere husserliano di siffatta prosa.¹⁴ In tale ottica la *Evidenz*,¹⁵ puntello e garante psicologico della verità scientifica, sarebbe circoscritta all'immediata vicinanza dell' 'io-centro,' nella quale il piano tangente ritenuto psicologicamente privilegiato dai filosofi avrebbe appunto un rapporto 'di copertura,' quasi di coincidenza, con la superficie curva, rapporto che si attenua con l'allontanarsi dall'io-centro. Se i confronti di lunghezza vengono sanciti dall'*Evidenz*, il loro dominio di legittimità non potrà oltrepassare la *Umgebung* di *P*; e quindi l'integrabilità, per Weyl, andava abbandonata.

Va sottolineato comunque che l'integrabilità della direzione è praticamente inconcepibile in una geometria non euclidea, e pertanto sembra quasi superfluo pretendere—come se fosse una richiesta ulteriore, indipendente—l'abolizione dei confronti remoti in una tale geometria una volta che la lunghezza è già stata 'parificata' con la direzione. Siccome l'eliminazione dei confronti lontani e la simmetria tra direzione e lunghezza si determinano a vicenda, ne basterebbe una delle due; e l'equo trattamento delle due caratteristiche vettoriali sembra più fondamentale.

sofern sie an der euklidischen Beschaffenheit der *unendlich kleinen Umgebung* eines Punktes *O* (in dem sich das Ich momentan befindet) festhält [...]. Aber man muß dann zugeben, daß die Beziehung des Anschauungsraumes auf den physischen um so vager wird, je weiter man sich vom Ichzentrum entfernt. Er ist einer Tangentenebene zu vergleichen, die im Punkte *O* an eine krumme Fläche, den physischen Raum, gelegt ist: in der unmittelbaren Umgebung von *O* decken sich beide, aber je weiter man sich von *O* entfernt, um so willkürlicher wird die Fortsetzung dieser Deckbeziehung zu einer eindeutigen Korrespondenz zwischen Ebene und Fläche."

¹² Traduzione: "Sottolineo pertanto che l' 'io-centro' appartiene a questo spazio dell'intuizione e che la coincidenza, il rapporto tra lo spazio dell'intuizione e quello fisico diventa tanto più vago, quanto più ci si allontana dall' 'io-centro.'"

¹³ Traduzione: "Nella costruzione teoretica questo si riflette nel rapporto tra la superficie curva ed il suo piano tangente al punto *P*: si coprono nell'immediata vicinanza del punto *P*, ma tanto più ci si allontana da *P*, quanto più arbitraria diventa l'estensione di questo rapporto di copertura ad una corrispondenza univoca tra superficie e piano."

¹⁴ Tipo di prosa che compare per esempio anche nell'introduzione di Weyl (1923).

¹⁵ Magari bisognerebbe distinguere tra la *Evidenz* di Husserl e quella, diciamo, di Weyl-Husserl.

L'allungamento¹⁶ viene generato nella *reine Infinitesimalgeometrie* dalla *connessione metrica* A , 1-forma¹⁷ la cui azione viene caratterizzata dalla relazione $\nabla g = A \otimes g$, sulla lunghezza quadra $l^2 = g(X, X)$ da $\nabla l^2 = d l^2 = A l^2$ in particolare. Differenziando nella direzione del vettore Y possiamo scrivere $\nabla_Y l^2 = d l^2 / dt = A(Y) l^2$, dove lo scalare $A(Y)$ è il valore di A al vettore Y , e naturalmente la derivata d/dt viene fatta lungo una curva (parametrizzata da t) il cui vettore tangente al punto in questione è Y . Semplificando otteniamo $2 dl/dt = A(Y) l$: la crescita infinitesimale della lunghezza l nella direzione di Y viene generata dal fattore $A(Y)/2$.

I pregiudizi filosofici di Weyl praticamente *impongono* un allungamento generato da una 1-forma. Weyl parte dal proposito di mettere direzione e lunghezza sullo stesso piano; e siccome la direzione viene trasportata linearmente (nel piccolo) rispetto a se stessa e rispetto alla direzione di trasporto Y , anche la lunghezza dovrà esserlo. La regola $\nabla g = A \otimes g$ sembra quindi imposta dalla simmetria tra le due caratteristiche vettoriali pretesa *a priori* da Weyl.

Se *esatta* la connessione metrica sarebbe il differenziale $A = d\lambda$ di una funzione λ . Essendo nullo il quadrato d^2 della derivata esterna d lo sarà anche il quadrirotore $dA = d^2\lambda$, e pertanto una 1-forma esatta porterebbe sì ad allungamenti, ma ad allungamenti integrabili, indipendenti dal percorso, dati dal fattore $\exp(\Delta\lambda)$, dove $\Delta\lambda$ è la differenza tra il valore finale di λ e quello iniziale. Il fattore $\exp(-\lambda)$ sarà la controparte di $d\lambda$ nella teoria di Weyl, o meglio si è liberi di aggiungere alla connessione metrica (che sia esatta o meno) il differenziale di una funzione μ , dando $A + d\mu$, purché si compensi moltiplicando la metrica per il fattore *di calibro* $\exp(-\mu)$. In quanto esatta la 1-forma $d\mu$ non contribuisce al quadrirotore di A , e perciò non compromette l'integrabilità caratteristica di questo caso irrotazionale.

Una connessione metrica esatta, irrotazionale, lascerebbe pertanto intatta la differenza fondamentale tra lunghezza e direzione che Weyl voleva abolire: la seconda rimarrebbe integrabile, mentre la prima, abbiamo visto, non lo è. Per generare un allungamento non integrabile serve quindi una connessione metrica non esatta, una cioè con quadrirotore dA non nullo. In questo caso l'allungamento viene dato dall'esponentiale dell'integrale di A , *lungo il particolare percorso spaziotemporale seguito*: cambiando percorso cambia l'integrale. Rimane la solita libertà di calibro espressa in un termine esatto, cioè nel differenziale di una funzione μ , che in quanto irrotazionale non contribuisce al quadrirotore $dA + d^2\mu = dA$; aggiungendolo bisogna controbilanciare moltiplicando la metrica per il fattore conforme $\exp(-\mu)$, nonché l'allungamento totale per il fattore integrabile $\exp(-\Delta\mu)$.

A questo punto Weyl non poteva non notare quanto la *Streckenkrümmung* dA assomigliasse alla 'vorticosità' elettromagnetica $F = dA$, e passò alla fisica congetturando che l'integrabilità della lunghezza veniva appunto impedita dal campo elettromagnetico F , quadrirotore dA del quadripotenziale elettromagnetico A . Senza

¹⁶ Che naturalmente può essere positivo o anche negativo, nel qual caso diventa un raccorciamento.

¹⁷ Una 1-forma colloca un covettore—oggetto che trasforma un vettore linearmente in un numero reale—in ogni punto dello spaziotempo.

campo elettromagnetico il quadripotenziale era esatto e la lunghezza integrabile. Le varie 1-forme fisicamente equivalenti differivano tra di loro per un differenziale esatto; benché una trasformazione di calibro non potesse eliminare un turbinò elettromagnetico effettivamente presente, poteva annullare una connessione metrica esatta e quindi irrotazionale.

Secondo Vizgin (1994), Weyl intendeva congiungere gravitazione ed elettromagnetismo—cercavano dopotutto di farlo quasi tutti i migliori fisici matematici dell'epoca, specie quelli che avevano legami con Gottinga—dall'inizio, mentre per Bergia (1988) l'unificazione uscì, sorprendendo anche Weyl, da pregiudizi puramente matematici. Ryckman (2005) riconduce la *reine Infinitesimalgeometrie*, matrice matematica della teoria elettrogravitazionale, alla fenomenologia di Husserl, mentre Scholz (2001) sottolinea l'influenza di Fichte. Weyl mandò una lettera ad Einstein il 10 dicembre 1918 che sembra dirimere almeno parzialmente: “Übrigens müssen Sie nicht glauben, daß ich von der Physik her dazu gekommen bin, neben der quadratische noch die lineare Differentialform in die Geometrie einzuführen; sondern ich wollte wirklich diese “Inkonsequenz,” die mir schon immer ein Dorn im Auge gewesen war, endlich einmal beseitigen und bemerkte dann zu meinem eigenen Erstaunen: das sieht so aus, als erklärt es die Elektrizität.”¹⁸ Quindi l'unificazione elettrogravitazionale emerse impremeditata dalla matematica. Le origini filosofiche dell'indebolimento matematico rimangono invece più congetturali.

Ma risaliamo all'inizio del carteggio. Il primo marzo del 1918 Weyl scrisse ad Einstein: “Dieser Tage ist es mir, wie ich glaube, gelungen, Elektrizität und Gravitation aus einer gemeinsamen Quelle herzuleiten.”¹⁹ Dopo cinque giorni Einstein rispose con entusiasmo—“Ihre Abhandlung ist gekommen. Es ist ein Genie-Streich ersten Ranges.”²⁰—lasciando però trapelare anche qualche dubbio: “Allerdings war ich bisher nicht imstande, meinen Massstab-Einwand zu erledigen. Darüber ein andermal ausführlicher.”²¹ La cartolina successiva continuò “Ihr Gedankengang ist von wunderbarer Geschlossenheit. [...] Abgesehen von der Übereinstimmung mit der Wirklichkeit ist es jedenfalls eine grandiose Leistung des Gedankens.”²² Poi il 15 aprile riprese l'obiezione ‘dei regoli’ (soprattutto ‘degli orologi’): “So schön Ihre Gedanke ist, muss ich doch offen sagen, dass es nach meiner Ansicht ausgeschlossen ist, dass die Theorie die Natur entspricht. Das *ds* selbst hat nämlich reale Bedeutung. Denken Sie sich zwei Uhren, die relativ zueinander ruhend

¹⁸ Einstein (1998). Traduzione: “Poi non deve credere che l'idea di introdurre la forma differenziale lineare accanto a quella quadratica mi fosse arrivata dalla fisica; in realtà volevo eliminare questo ‘difetto,’ che m'era sempre stato una ‘spina nell'occhio,’ una volta per tutte, e ho notato a mio proprio stupore: sembra spiegare l'elettricità.”

¹⁹ *ibid.* Traduzione: “In questi giorni credo di essere riuscito a ricondurre elettricità e gravitazione a una sorgente comune.”

²⁰ *ibid.* Traduzione: “Il Suo articolo è arrivato. È un colpo di genio di primissimo ordine.”

²¹ Traduzione: “Però non sono ancora riuscito a mettere a punto la mia obiezione dei regoli. Vedrò di riprenderla un'altra volta.” Einstein effettivamente la riprenderà con insistenza, parlando però più di orologi che di regoli.

²² *ibid.* Traduzione: “Il Suoi pensieri si susseguono con straordinaria coerenza. A prescindere dall'accordo con la realtà è comunque una prodezza del pensiero.”

neben einander gleich rasch gehen.’²³ Quindi abbiamo due orologi—‘regoli temporali’—giustapposti, della stessa andatura (o ‘lunghezza’), che poi vengono separati e ricongiunti lungo percorsi diversi:

Werden sie voneinander getrennt, in beliebiger Weise bewegt und dann wieder zusammen gebracht, so werden sie wieder gleich (rasch) gehen, d. h. ihr relativer Gang hängt nicht von der Vorgeschichte ab. Denke ich mir zwei Punkte P_1 & P_2 , die durch eine zeitartige Linie verbunden werden können. Die an P_1 & P_2 anliegenden zeitartigen Elemente ds_1 und ds_2 können dann durch mehrere zeitartigen Linien verbunden werden, auf denen sie liegen. Auf diesen laufende Uhren werden ein Verhältnis $ds_1 : ds_2$ liefern, welches von der Wahl der verbindenden Kurven unabhängig ist.—Lässt man den Zusammenhang des ds mit Massstab- und Uhr-Messungen fallen, so verliert die Rel. Theorie überhaupt ihre empirische Basis.²⁴

Le vicissitudini elettromagnetiche pertanto condizionano il ritmo di marcia, la ‘lunghezza temporale.’

L’allungamento voluto da Weyl riguarderebbe i vettori *spaziotemporali*, ma non è chiaro come si riesca a trasportare fisicamente un intero vettore spaziotemporale, cioè senza spezzarlo in una proiezione temporale e una spaziale. Quindi introduciamo un osservatore, che scomporrà lo spazio tangente in un raggio temporale lungo il suo moto e un sottospazio tridimensionale ‘di simultaneità’ che invece gli è ortogonale; a quel punto per misurare le proiezioni si tirano fuori i regoli e gli orologi su cui tanto insiste Einstein, che darebbero alla relatività la sua *empirische Basis*. Che la lunghezza *spaziale* di un vettore spaziotemporale non cambi significa che la lunghezza, misurata col regolo, della proiezione sul sottospazio ortogonale al moto dell’osservatore rimane invariata. Anche se sarà sempre possibile trovare un moto, una quadrivelocità, che fornisca la lunghezza costante desiderata lungo tutto il percorso seguito, tale quadrivelocità sarebbe funzione della metrica; fisicamente dovrebbe reagire istantaneamente e con precisione assoluta a tutte le variazioni—ammesso che non siano presenti campi di Killing, cioè simmetrie tali da escluderle—della metrica; e questo non è plausibile.

I regoli rigidi hanno quindi vita difficile in uno spaziotempo generale, non dotato delle simmetrie giuste. Ma forse bastano gli orologi. Ammettiamo che il vettore spaziotemporale da trasportare sia di tipo tempo, diciamo una quadrivelocità. Possiamo eliminare la sua componente spaziale rapportandola a un osservatore solidale—che si muove cioè con la stessa quadrivelocità—per il quale l’intero intervallo spaziotemporale non sarà altro che una proiezione temporale; ossia

²³ *ibid.* Traduzione: “Per quanto bello sia il Vostro pensiero, devo dire apertamente che a mio parere è escluso che la teoria possa corrispondere alla natura. Il ds stesso ha significato reale. Immaginiamoci due orologi giustapposti, i quali al riposo l’uno rispetto all’altro hanno lo stesso ritmo di marcia.”

²⁴ Traduzione: “Se vengono separati, spostati in maniera arbitraria e poi ricongiunti, avranno sempre lo stesso ritmo di marcia, cioè la loro andatura relativa non dipende dalla loro storia. Immaginiamoci due punti P_1 & P_2 congiungibili mediante una linea di tipo tempo. Gli elementi di tipo tempo ds_1 e ds_2 applicati ai punti P_1 & P_2 possono essere congiunti da più linee di tipo tempo a cui appartengono. Il rapporto $ds_1 : ds_2$ fornito da questi orologi non dipende dalla scelta delle curve colleganti.—Lasciando cadere il collegamento del ds con misurazioni mediante regoli ed orologi, la relatività perde completamente la sua base empirica.”

possiamo considerare il tempo proprio di un orologio. E nulla indica, affermava Einstein, che l'andamento di un orologio possa dipendere dal passaggio attraverso un campo elettromagnetico, cioè che non sia integrabile. Il 19 aprile Einstein riprese la questione, aggiungendo la famosa obiezione delle linee spettrali:

[...] wenn die Länge eines Einheitsmassstabes (bezw. die Gang-Geschwindigkeit einer Einheitsuhr) von der Vorgeschichte abhängen. Wäre dies in der Natur wirklich so, dann könnte es nicht chemische Elemente mit Spektrallinien von bestimmter Frequenz geben, sondern es müsste die relative Frequenz zweier (räumlich benachbarter) Atome der gleichen Art im Allgemeinen verschieden sein. Da dies nicht der Fall ist, scheint mir die Grundhypothese der Theorie leider nicht annehmbar, deren Tiefe und Kühnheit aber jeden Leser mit Bewunderung erfüllen muss.²⁵

Se gli andamenti degli 'orologi interni' dei vari atomi serbassero un ricordo dei percorsi diversi seguiti, delle condizioni elettromagnetiche attraversate, al posto delle linee spettrali nette e pulite effettivamente osservate vedremmo delle emissioni disordinate, su frequenze anche intermedie, determinate confusamente dalle singole vicissitudini.

Weyl non contestò mai l'obiezione, anzi l'integrabilità effettivamente osservata: dapprima si limitò a sottolineare i meriti matematici ed estetici della teoria, che eventualmente potevano far passare qualche difettuccio empirico in secondo piano; poi, facendo di necessità virtù, ritoccò la teoria per abbracciare il comportamento scomodo, il quale ne divenne un teorema, una previsione. Propose la distinzione tra *Einstellung* e *Beharrung*: regoli ed orologi non conservano una memoria delle loro storie, delle condizioni elettromagnetiche attraversate, perché si adattano subito alle condizioni locali alle quali sono soggetti:

Eine Größe in der Natur kann sich bestimmen durch *Beharrung* oder durch *Einstellung*. Beispiel: der Achse eines rotierenden Kreisels kann man eine willkürliche Anfangsrichtung erteilen, diese überträgt sich dann aber, wenn der Kreisel sich selbst überlassen, durch eine von Moment zu Moment wirksame *Beharrungstendenz* (Parallelverschiebung); hingegen bestimmt sich die Richtung einer Magnetnadel im Magnetfeld durch *Einstellung*.²⁶

Noncuranti del trasporto ideale dipendente dal percorso e conforme alla *Beharrungstendenz*, regoli ed atomi reali si adattano alla 'scala di lunghezza' locale: "Während affiner und metrischer Zusammenhang a priori festlegen, wie Vektoren und Strecken sich ändern, wenn sie rein der Beharrungstendenz folgen, bestimmen sich

²⁵ *ibid.* Traduzione: "[...] se la lunghezza di un regolo unitario (oppure il ritmo di marcia di un orologio unitario) dipendesse dalla sua storia. Se fosse davvero così in natura, non ci sarebbero elementi chimici con linee spettrali di frequenza determinata, anzi le frequenze relative di atomi (adiacenti nello spazio) dello stesso tipo sarebbero in generale diverse. Non stando così le cose, l'ipotesi fondamentale della teoria—la cui profondità ed audacia deve riempire ogni lettore di meraviglia—purtroppo mi sembra inammissibile."

²⁶ Weyl (1920). Traduzione: "Una grandezza in natura può determinarsi attraverso *persistenza* oppure attraverso *adattamento*. Esempio: si può impartire all'asse di una trottola ruotante una direzione iniziale arbitraria, che però poi si sposta, se la trottola viene abbandonata a se stessa, attraverso una *tendenza alla persistenza* (trasporto parallelo) agente da momento a momento; la direzione dell'ago di una bussola si determina invece attraverso l'*adattamento*."

Ladung des Elektrons, Atomfrequenzen und Länge eines Maßstabs durch Einstellung.”²⁷ Reagiscono in particolare allo scalare di curvatura (della lunghezza) F ottenuto, mediante contrazioni, dalla connessione metrica F . La direzione invece è soggetta alla *Beharrung*, ricordandosi le condizioni attraversate. Nella tenzone tra la *Äthergeometrie* espressa nel comportamento ideale dettato dalle connessioni, e la sorprendente *natürliche Geometrie* della curvatura d’universo, Weyl insomma mette la sua teoria al riparo dalle obiezioni di Einstein facendo prevalere l’*Einstellung*, che perturba l’allungamento ideale imponendo una specie di forzata integrabilità.

A molti poteva sembrare un correttivo *ad hoc* per rattoppare una teoria spacciata, ma Weyl rimase a lungo fedele all’*Einstellung*. Nel lontano 1951 scriverà: “Aber ich konnte damals doch mit Recht auf das Faktum hinweisen, daß sie²⁸ im Krümmungsradius der Welt, sozusagen nachträglich, ein absolutes lokales Eichmaß liefert, auf das sich spektrale Frequenzen und andere Längengrößen einstellen können [...]”²⁹

Avendo regoli ed orologi reali un rapporto così complicato e problematico con i loro presunti corrispettivi teorici, Weyl propose il metodo ‘causale-inerziale,’ che prevedeva una determinazione della struttura metrica dello spaziotempo a partire dalle strutture proiettiva e conforme, ossia mediante osservazioni di gravi liberi e di raggi di luce.³⁰ La struttura conforme caratterizzata da Weyl rappresenta un indebolimento della metrica che ne mantiene i vettori nulli (i coni luce) e i rapporti tra lunghezze, indebolimento ottenuto moltiplicando il tensore metrico per un fattore strettamente positivo ma indeterminato, cioè considerando al posto di g la classe $\{\exp(\lambda)g\}$, dove g rimane fisso ma λ varia. La struttura proiettiva viene invece determinata dalle *pregeodetiche* σ , linee d’universo che tutt’al più accelerano lungo il moto, e comunque non ortogonalmente ad esso: soddisfano $\nabla_X X = \nu X$, dove la quadrivelocità $X = d\sigma/dt$ è tangente a σ e νX è l’accelerazione lungo il moto. Ogni pregeodetica σ può essere riparametrizzata per diventare una *geodetica* γ (con cui naturalmente condivide l’immagine), pregeodetica che, non presentando nemmeno accelerazioni lungo il moto, soddisfa $\nabla_Y Y = 0$, dove la quadrivelocità $Y = d\gamma/ds$ è tangente a γ , il parametro s è affine, e $\nu = d^2t/ds^2$ è l’‘accelerazione’ del parametro arbitrario t rispetto a quello affine s .³¹ Non essendo (necessariamente) un orologio—che scandirebbe unità di tempo proprio—un grave descriverà solo una pregeodetica. Weyl (1921a) ad ogni modo fece vedere che non servono regoli ed orologi per determinare la struttura metrica dello spaziotempo, dimostrando che gravi liberi e raggi di luce

²⁷ Traduzione: “Mentre le connessioni affine e metrica stabiliscono *a priori* come variano vettori e lunghezze, quando seguono esclusivamente la tendenza alla persistenza, la carica dell’elettrone, frequenze atomiche e la lunghezza di un regolo vengono determinate attraverso l’adattamento.”

²⁸ La vecchia teoria elettrogravitazionale.

²⁹ Traduzione: “Ma all’epoca potevo appellarmi, non a torto, al fatto che essa nel raggio di curvatura del mondo fornisce, diciamo a posteriori, una misura locale assoluta di calibro, alla quale frequenze spettrali e altre grandezze di lunghezza possono adattarsi [...]”

³⁰ Vedi Malament (2006).

³¹ La riparametrizzazione che porta da σ a γ non potrà essere lineare perché una trasformazione lineare di un parametro affine ne darà un’altro—e lo stesso vale per un parametro non affine.

fissano la metrica a meno di un fattore costante; ma la individuano coinvolgendo la teoria³² in maniera troppo olistica³³ per accontentare l'empirista più radicale.

Chiudiamo su una nota kantiana. La relatività generale era stata invocata³⁴ come controesempio decisivo in più critiche del sintetico *a priori*; la teoria relativistica di Weyl invece deriva proprio da un pregiudizio marcatamente aprioristico diventato poi anche sintetico, in quanto principio fondamentale di una teoria fisica. Citiamo Weyl (1921b):

Der den Spekulationen mißtrauende Physiker wird wahrscheinlich finden, daß die ganze Frage einer erweiterten Relativitätstheorie, welche in organischer Weise die elektromagnetischen Erscheinungen mit umfaßt, im Augenblick noch nicht spruchreif ist [...]. Man darf aber nicht vergessen, daß in aller Wirklichkeitserkenntnis neben dem Sammeln typischer Erfahrungstatsachen das apriorische Element, die Bildung von angemessenen Anschauungen und Begriffen, mit Hilfe deren die Tatsachen zu deuten sind, eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielt.³⁵

Nel libro di Thomas Ryckman, *The reign of relativity*, che ci è stato indispensabile nella stesura di questo contributo, Weyl pertanto figura (assieme a Cassirer ed Eddington) come importante fautore novecentesco del sintetico *a priori*.

Nonostante i limiti empirici individuati da Einstein, la teoria elettrogravitazionale di Weyl rimane un prodotto esemplare e tutt'altro che inutile del pensiero fisico aprioristico.

Ringrazio Silvio Bergia, Ermenegildo Caccese, John Earman, Vincenzo Fano, Liana Lomiento, David Malament, Antonio Masiello, George Sparling e Isabella Tassani per molte utili conversazioni e indicazioni; e il Center for Philosophy of Science, University of Pittsburgh, per la Visiting Fellowship che mi ha consentito di avviare questa ricerca.

³² Le strutture portanti della teoria vengono prese per buone; l'osservazione di gravi liberi e di raggi luminosi servirebbe solo a eliminare libertà residue.

³³ Cf. Weyl (2000), p.171: "Gegen das Argument, daß in eine versuchte experimentelle Prüfung der Geometrie immer auch eigentlich physikalische Aussagen über das Verhalten von starren Körper und Lichtstrahlen hineinspielen, ist zu sagen, daß die physikalischen Gesetze so wenig wie die geometrischen, *jedes für sich*, eine Prüfung in der Erfahrung zulassen, sondern die "Wahrheit" einer konstruktiven Theorie nur im *Ganzen* geprüft werden kann."

³⁴ Per esempio da Schlick (1921, 1922) e da Carnap (1995).

³⁵ Traduzione: "Il fisico scettico nei confronti delle speculazioni probabilmente troverà che tutta la questione di una teoria allargata della relatività, che comprende i fenomeni elettromagnetici in modo organico, non sia ancora a punto [...]. Ma non bisogna dimenticare che in tutta conoscenza della realtà, l'elemento aprioristico, la raffigurazione di intuizioni e concetti idonei, con l'aiuto dei quali i fatti vanno interpretati, svolge un ruolo non trascurabile, accanto al raccogliere di tipici fatti di esperienza."

Bibliografia

- Bergia, S. (1988) “Sviluppi della geometria differenziale e nascita dei tentativi di teorie unitarie nell’opera di Hermann Weyl” in *Atti dell’VIII congresso nazionale di storia della fisica*, a cura di Fabio Bevilacqua, Milano, Editoriale Overseas, pp.9-23
- (1993) “The fate of Weyl’s unified theory of 1918” in *History of physics in Europe in the 19th and 20th centuries (Conference proceedings, vol. 42)*, a cura di Fabio Bevilacqua, Bologna, SIF, pp.185-93
- Carnap, R. (1995) *An introduction to the philosophy of science*, Nuova York, Dover
- Coleman, R. e H. Korté (2001) “Hermann Weyl: mathematician, physicist, philosopher” in *Hermann Weyl’s Raum-Zeit-Materie and a general introduction to his scientific work*, a cura di E. Scholz, Basilea, Birkhäuser
- Duhem, P. (1914) *La théorie physique: son objet—sa structure*, Parigi, Rivière
- Einstein, A. (1923) “Grundgedanke und Probleme der Relativitätstheorie” (prolusione dell’11 luglio 1923) in *Les prix Nobel 1921-1922*, Stoccolma, Imprimerie Royale
- (1925) “Nichteuklidische Geometrie und Physik” *Die neue Rundschau* **36**, 16-20
- (1998) *The collected papers of Albert Einstein*, ottavo volume, a cura di R. Schulmann, A. Kox, M. Janssen e J. Illy, Princeton University Press
- Howard, D. (1994) “Einstein, Kant and the origins of logical empiricism” in *Language and the structure of scientific theories*, a cura di W. Salmon e G. Wolters, University of Pittsburgh Press, pp.45-105
- Levi-Civita, T. (1917) “Nozione di parallelismo in una varietà qualunque e conseguente specificazione geometrica della curvatura riemanniana” *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* **43**, 173-204
- Malament, D. (2006) “Classical general relativity” in corso di stampa in *Handbook of the philosophy of science. Volume 2: Philosophy of physics*, a cura di J. Butterfield e J. Earman, Elsevier, 2006
- Quine, W. V. O. (1953) “Two dogmas of empiricism” in *From a logical point of view*, Harvard University Press, pp.20-46
- Ryckman, T. (2005) *The reign of relativity*, Oxford University Press
- Schlick, M. (1921) “Kritizistische oder empirizistische Deutung der neuen Physik” *Kant-Studien* **26**, 96-111
- (1922) “Die Relativitätstheorie in der Philosophie” *Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte*, Lipsia, 58-69
- Scholz, E. (2001) “Weyls Infinitesimalgeometrie, 1917-1925” in *Hermann Weyl’s Raum-Zeit-Materie and a general introduction to his scientific work*, a cura di E. Scholz, Basilea, Birkhäuser
- Vizgin, V. (1994) *Unified field theories in the first third of the 20th century*, Basilea, Birkhäuser
- Weyl, H. (1918) “Reine Infinitesimalgeometrie” *Mathematische Zeitschrift* **2**, 384-411
- (1920) “Elektrizität und Gravitation” *Physikalische Zeitschrift* **21**, 649-51

- (1923) *Raum Zeit Materie*, Berlino, Springer
- (1921a) “Zur Infinitesimalgeometrie: Einordnung der projektiven und der konformen Auffassung” *Nachrichten. Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse*, 99-112
- (1921b) “Über die physikalischen Grundlagen der erweiterten Relativitätstheorie” *Physikalische Zeitschrift* **22**, 473-80
- (1931) “Geometrie und Physik” *Die Naturwissenschaften* **19**, 49-58
- (1931) *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Lipsia, Hirzel
- (1951) “50 Jahre Relativitätstheorie” *Die Naturwissenschaften* **38**, 73-83
- (1952) *Symmetry*, Princeton University Press
- (1997) *The classical groups*, Princeton University Press
- (2000) *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, Monaco, Oldenbourg